

Η συμβολή των Μαθηματικών στην κατανόηση της φυλλοταξίας των δένδρων

Καζαντζής Κωνσταντίνος ΕΛ.Γ.Ο. «Δήμητρα», Ινστιτούτο Φυλλοβόλων Δένδρων Νάουσας

- Φυλλοταξία είναι ο κλάδος της Βοτανικής επιστήμης που μελετά την διάταξη των φύλλων πάνω στους βλαστούς. Όπως μας πληροφορεί η Φυλλοταξία λοιπόν, ο φυσικός σχεδιασμός της έκπτυξης των φύλλων στους βλαστούς των φυτών, ακολουθεί γεωμετρικά και αριθμητικά πρότυπα και εκπτύσσονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μην σκιάζει ένα φύλλο τα κατώτερα του, για την άριστη εκμετάλλευση του ηλιακού φωτός. Στην κερασιά, αυτός ο φυσικός σχεδιασμός φαίνεται να ακολουθεί τη λεγόμενη ακολουθία του Φιμπονάτσι με τη συνεχή και επαναλαμβανόμενη εμφάνιση των αριθμών 2, 3 και 5.

Εισαγωγή

Η φύση ακολουθεί πολύπλοκους και αξιοθαύμαστους κανόνες στην αρμονική ανάπτυξη όλων των φυτικών ειδών. Κλειδί στην αποκωδικοποίηση των κανόνων αυτών, δεν είναι η μονόπλευρη, αυστηρή και πολλές φορές δογματική οπτική, αλλά η συνεργασία πολλών επιστημών ή κλάδων αυτών, για τη σφαιρική κατανόηση των μοντέλων που χρησιμοποιεί η φύση.

Στην κατανόηση του φυσικού σχεδιασμού της έκπτυξης των φύλλων στην κερασιά, εκτός από τη Γεωπονική και τη Βοτανική επιστήμη, εμπλέκεται και η Μαθηματική επιστήμη, όσο και αν φαίνεται περίεργο, όπως θα εξηγηθεί παρακάτω.

Ιστορικά και μαθηματικά δεδομένα

Ο Ιταλός μαθηματικός του μεσαίωνα Λεονάρντο Πιζάνο-Φιμπονάτσι (1170-1250 μ.Χ.), στην προσπάθειά του να επιλύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα, σχετικά με τον τελικό αριθμό αναπαραγόμενων κουνελιών στο τέλος του χρόνου, αν ξεκινήσουμε με ένα ζευγάρι που γεννά κάθε μήνα νέο ζευγάρι, που και αυτό με τη σειρά του γεννά στους δύο μήνες, εμπνεύστηκε μία ακολουθία αριθμών, στην οποία κάθε αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων του στη σειρά. Η ακολουθία, που ονομάστηκε από το όνομά του **Φιμπονάτσι**, περιλαμβάνει τους αριθμούς: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, κ.ο.κ.

Η ακολουθία Φιμπονάτσι συνδέθηκε άμεσα με το «**χρυσό αριθμό**» ή «**χρυσή τομή**» ϕ των αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών, που ισούται με 1,618 περίπου, ακολουθούμενος από άπειρα δεκαδικά ψηφία (άρρητος), αριθμός που προκύπτει κατά προσέγγιση αν διαιρέσουμε έναν αριθμό της ακολουθίας με τον ακριβώς προηγούμενό του. Ο αριθμός ϕ προσεγγίζεται περισσότερο στους μεγαλύτερους

αριθμούς της ακολουθίας. Έτσι, ο τεσσαρακοστός αριθμός της ακολουθίας, διαιρούμενος με τον τριακοστό ένατο, προσεγγίζει τον αριθμό ϕ με ακρίβεια 14 δεκαδικών ψηφίων.

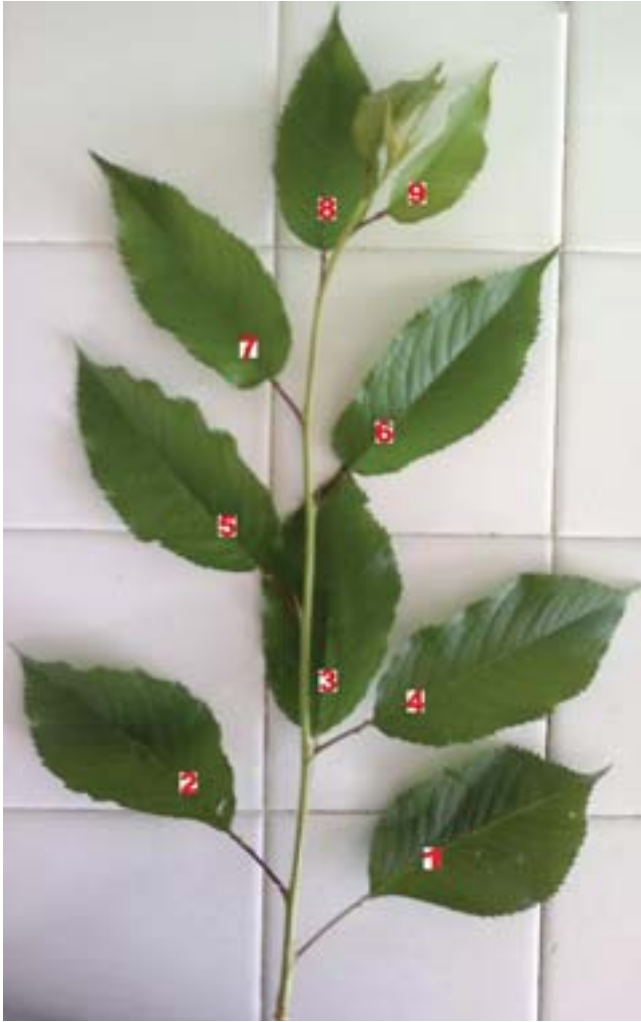
Ο αριθμός ϕ βρέθηκε ότι εμπεριέχεται στις αναλογίες των αρχαίων αρχιτεκτονικών αριστουργημάτων, στα έργα υψηλής τέχνης, αλλά και στη φύση, όπως στις αναλογίες του σώματος ανθρώπων και ζώων ή τμημάτων αυτού, στη μορφολογία των φυτών κ.α.

Φυλλοταξία κερασιάς και αριθμοί Φιμπονάτσι

Φυλλοταξία είναι ο κλάδος της Βοτανικής επιστήμης που μελετά την διάταξη των φύλλων πάνω στους βλαστούς. Όπως μας πληροφορεί η Φυλλοταξία λοιπόν, ο φυσικός σχεδιασμός της έκπτυξης των φύλλων στους βλαστούς των φυτών, ακολουθεί γεωμετρικά και αριθμητικά πρότυπα και εκπτύσσονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μην σκιάζει ένα φύλλο τα κατώτερα του, για την άριστη εκμετάλλευση του ηλιακού φωτός.

Το ίδιο συμβαίνει και στον τρόπο έκπτυξης των φύλλων κερασιάς πάνω στους ετήσιους βλαστούς. Στους διετείς ή μεγαλύτερης ηλικίας βλαστούς, τα φύλλα εκπτύσσονται κατά ομάδες και δεν μπορεί να παρατηρηθεί εύκολα ο ευφυής φυσικός σχεδιασμός τους. Ομάδα φύλλων υπάρχει ενδεχόμενο να εκπτυχθεί και στη βάση ετήσιων βλαστών, κοντά στο σημείο ένωσης με τους διετείς, η οποία δυσχεραίνει επίσης την παρατήρηση. Σε αυτές τις περιπτώσεις αγνοήθηκε η παρουσία τους και παρατηρήσεις ελήφθησαν μόνο στα φύλλα που φύονταν κατά μόνας.

Από παρατηρήσεις που ελήφθησαν στο Ινστιτούτο Φυλλοβόλων Δένδρων, σε ετήσιους βλαστούς κερασιάς, διαφόρων ποικιλιών, διαχωρισμένων σε δύο ομάδες με βάση το μήκος τους, σε μικρού μήκους, μέχρι 10 πλήρως



Εικόνα 1 και 2. Ετήσιος βλαστός κερασιάς μικρού μήκους, σε οριζόντια θέση αριστερά και κάθετη θέση δεξιά.

εκπτυγμένα φύλλα περίπου (Εικόνα 1 και 2) και μέσου έως μεγάλου μήκους, με 15 πλήρως εκπτυγμένα φύλλα και άνω (Εικόνα 3 και 4), παρατηρήθηκαν και στις δύο ομάδες, τα εξής:

- α) Τα φύλλα εκπτύσσονται στην ίδια θέση και γωνία, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά. Δηλαδή το πρώτο φύλλο εκπτύσσεται στην ίδια θέση και γωνία με το έκτο, το δεύτερο με το έβδομο, το τρίτο με το όγδοο, κ.ο.κ. αλλά με μια διαφορά ύψους μεταξύ τους, της τάξης των 20-25 εκατοστών. Έτσι εξασφαλίζεται η καλύτερη εκμετάλλευση του ηλιακού φωτός, αφού τα φύλλα εκπτύσσονται σε διαφορετικές θέσεις και γωνίες, επαναλαμβάνοντας την ακριβή διάταξή τους κάθε πέντε (5) φύλλα (Εικόνες 1, 2, 3 και 4).
- β) Η κίνηση σε αριστερόστροφη σπείρα, σε σχέση με τα σημεία έκπτυξης των φύλλων, συμπληρώνει τρεις πλήρεις κύκλους, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά. Δηλαδή συμπληρώνονται τρεις (3) πλήρεις αριστερόστροφοι κύκλοι από τη θέση του πρώτου φύλλου έως αυτή του έκτου, που εκπτύσσονται στην ίδια θέση και γωνία, του δεύτερου φύλλου έως αυτή του έβδομου, του τρίτου φύλλου έως αυτή του όγδοου, κ.ο.κ. (Εικόνες 2 και 4).



- γ) Η κίνηση σε δεξιόστροφη σπείρα, όπως κινούνται οι δείκτες του ρολογιού, σε σχέση με τα σημεία έκπτυξης των φύλλων, συμπληρώνει δύο πλήρεις κύκλους, κάθε πέμπτο φύλλο στη σειρά. Δηλαδή συμπληρώνονται δύο (2) πλήρεις δεξιόστροφοι κύκλοι από τη θέση του πρώτου φύλλου έως αυτή του έκτου, που εκπτύσσονται στην ίδια θέση και γωνία, του δεύτερου φύλλου έως αυτή του έβδομου, του τρίτου φύλλου έως αυτή του όγδοου, κ.ο.κ. (Εικόνες 2 και 4).

Η εμπλοκή των Μαθηματικών και ιδιαίτερα της ακολουθίας των αριθμών Φιμπονάτσι στο όλο θέμα, είναι η συνεχής και επαναλαμβανόμενη εμφάνιση των αριθμών 2, 3 και 5, στον αρμονικό φυσικό σχεδιασμό του τρόπου έκπτυξης των φύλλων κερασιάς, όπως αναλύθηκε παραπάνω. Οι τρεις αυτοί αριθμοί είναι διαδοχικοί αριθμοί της ακολουθίας Φιμπονάτσι.

Παρόμοια εμφάνιση δεν παρατηρήθηκε στον τρόπο έκπτυξης των κλάδων, όπως αναμένονταν από βιβλιογραφικά δεδομένα, αλλά αυτό δικαιολογείται λόγω των κατ'έτος ακολουθούμενων κλαδεμάτων στα καλλιεργούμενα δένδρα κερασιάς. Ίσως να παρατηρηθεί κάτι ανάλογο στο φυσικό σχεδιασμό της έκπτυξης των κλάδων σε δένδρα αγριοκερασιάς στην ύπαιθρο, χωρίς καλλιεργητικές επεμβάσεις διαμόρφωσης.

Παρόμοιες αντιστοιχίες μπορούν να παρατηρηθούν σε



Εικόνα 3 και 4. Ετήσιος βλαστός κερασιάς μέσου έως μεγάλου μήκους, σε οριζόντια θέση αριστερά και κάθετη θέση δεξιά.



παρατήρησης, εκατοντάδων επιστημόνων στο πέρασμα των αιώνων.

όλα τα είδη φυλλοβόλων σπυροφόρων, με μικρές ή μεγαλύτερες διαφορές, όπως επίσης και σε όλα τα είδη των φυτών.

Θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι η εμφάνιση των αριθμών της ακολουθίας Φιμπονάτσι στη φύση δεν είναι φυσικός νόμος, αλλά μια αξιοθαύμαστα επαναλαμβανόμενη τάση που επικρατεί και έχει τραβήξει το ενδιαφέρον της

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Corbalan Fernando (2011). Η χρυσή τομή. Η μαθηματική γλώσσα της ομορφιάς. Εκδόσεις Τέσσερα Πι (4π) Α.Ε. Αθήνα 2011.
2. http://users.sch.gr/elscardan/Usefully/xr_tomh.pdf. Σκαρδανάς Ηλίας. Η χρυσή τομή, ο αριθμός του Φειδία (φ) και η ακολουθία Fibonacci.